

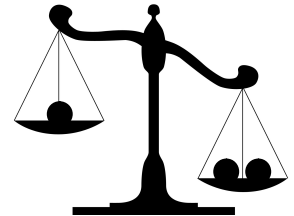
Wie man Gleichungen nach x auflöst

Eine Gleichung ist ein mathematischer Ausdruck: Beide Seiten links und rechts des Gleichheitszeichens haben denselben Wert:

1. Beispiel: $5 \cdot (4 - 2) = 7 + 3$
 das bedeutet: $5 \cdot 2 = 7 + 3$ (Klammerrechnung vor Punktrechnung vor Strichrechnung)
 oder: $5 \cdot 4 - 5 \cdot 2 = 7 + 3$ (Klammer auflösen)
 $20 - 10 = 10$
10 = 10



Eine Gleichung ist wie eine Waage im Gleichgewicht. Man muss auf beiden Seiten das Gleiche wegnehmen oder zufügen, um die Waage im Gleichgewicht zu halten. Wenn ich auf der einen Seite +10 rechne, muss ich das auf der anderen Seite auch. Wenn ich das nicht tue, ist die Waage nicht mehr im Gleichgewicht.



In Gleichungen können auch Größen vorkommen, deren Wert zunächst nicht bekannt ist. Es gilt aber, ihren Wert **so** zu bestimmen, dass die Gleichung wieder "stimmt", d. h.: Links und rechts ergibt sich derselbe Wert. Für diese unbekannte Größe(n) verwendet man Buchstaben, meist nimmt man das x. Der Fachausdruck dafür ist: Variable. Aber auch jeder andere Buchstabe kann verwendet werden.

Es gibt ein paar Regeln im Umgang mit Variablen:

- Wenn man gleiche Variablen addiert, kann man die Addition z. B. durch eine Multiplikation ersetzen (z. B.: $x + x + x + x = 4 \cdot x$). Außerdem braucht das Multiplikationszeichen „·“ nicht zwischen die Zahl und den Buchstaben geschrieben zu werden (z. B.: $4 \cdot x = 4x$). Man schreibt ja auch nicht „3 · cm“ sondern „3 cm“.
- In einer Summe oder Differenz dürfen nur gleiche Variablen zusammengefasst werden (z. B.: $a + a + a + b + b + b + b = 3a + 4b$). Man sagt ja auch „3 Avocados + 4 Bananen“.
- Und wie bei Zahlen kann man auch die Variablen als Potenzen schreiben wie z. B. $x \cdot x \cdot x = x^3$.
- Ziel ist es, das x alleine auf nur einer Seite stehen zu haben. Dazu wird jede Rechenart durch die umgekehrte Rechenart neutralisiert (Plus gegen Minus und Mal gegen Geteilt) – natürlich immer auf beiden Seiten gleichzeitig. Für die bessere Nachverfolgbarkeit des Rechenwegs schreibt man das, was man machen will, hinter einen geraden Strich rechts von der Gleichung. In der nächsten Zeile steht dann die Rechnung.

2. Beispiel: $5 \cdot (x - 2) = 7 + 3$
 das bedeutet: $5 \cdot x - 5 \cdot 2 = 10$
 $5x - 10 = 10$ | + 10
 Zahl auf die andere Seite: $5x - 10 + 10 = 10 + 10$
 $5x + 0 = 20$ | : 5
 x vereinzeln: $(5 : 5) \cdot x = 20 : 5$
 $1 \cdot x = 4$
x = 4

Aus dem 2. Beispiel sieht man: Wenn man statt x die Zahl 4 (wie im 1. Beispiel) schreibt, so ergibt die linke Seite der Gleichung den richtigen Wert 10. Man findet übrigens keine andere Zahl, die man für x einsetzen kann, um links insgesamt auf den

Wie man Gleichungen nach x auflöst

Wert 10 zu kommen. Die "richtige" Lösung für x ist also die 4. Als Gegenprobe dafür, ob man richtig gerechnet hat, kann man jetzt die 4 anstelle des x in die Gleichung einsetzen und ausrechnen. Der Einfachheit halber steht die Lösung im 1. Beispiel.

Bei einfachen Gleichungen kann man die Lösung noch leicht durch Ausprobieren herausfinden. Bei komplizierteren Gleichungen, oder wenn die Lösung nicht ganzzahlig ist, wird das rasch schwieriger:

3. Beispiel:	$4(x - 3) - 2x = 5(-3x + 1)$
Klammer auflösen:	$4x - 4 \cdot 3 - 2x = -5 \cdot 3x + 5 \cdot 1$
sortieren:	$4x - 2x - 12 = -15x + 5$
ausrechnen:	$2x - 12 = -15x + 5 \quad +15x$
x auf eine Seite:	$2x + 15x - 12 = 5$
Zahl auf die andere Seite:	$17x - 12 = 5 \quad +12$
	$17x = 5 + 12$
x vereinzeln:	$17x = 17 \quad :17$
	<u><u>$x = 1$</u></u>

Der erste Schritt besteht immer darin, die Ausdrücke rechts und links so weit zu vereinfachen, wie es geht. Man kann es mit einer Art von Aufräumen und Sortieren vergleichen. Dazu gehört das Auflösen von Klammern (Ausmultiplizieren und/oder Minuskammern) und das Zusammenfassen gleichartiger Summanden (Zahlen und Variablen):

$$\begin{array}{l} 5 \cdot (x - 2) = 7 + 3 \\ \text{das bedeutet: } 5 \cdot x - 5 \cdot 2 = 10 \end{array}$$

Dann bringt man alle x auf eine Seite. Es empfiehlt sich, die Seite zu nehmen, auf der die meisten x stehen. Im 3. Bsp. ist $2x > -15x$, also wird $+15x$ gerechnet.

Zusammenfassung:

1. Beide Seiten einer Gleichung **vereinfachen** (Klammern auflösen, usw.)
2. Beide Seiten „**sortieren**“ (x zusammen, Zahlen zusammen usw.)
3. Auf beiden Seiten soviel **ausrechnen** wie möglich (Rechenregeln beachten)
4. Immer daran denken: **Beide Seiten immer gleich behandeln!**
5. **Alle x auf die Seite mit den meisten x** durch gegenteilige Rechenoperationen
6. **Alle Zahlen auf die andere Seite** durch gegenteilige Rechenoperationen
7. **x vereinzeln** (durch Division oder Multiplikation)
8. Gegebenenfalls **Gegenprobe rechnen**.

Letzter Tipp: Das Lösen von Gleichungen **sollte immer Schritt für Schritt** erfolgen. Um sich einen Überblick zu verschaffen, kann man durchaus selber Klammern setzen. Auch Rechenschritte dürfen ohne Weiteres ausformuliert werden, wenn es hilft. Solange der Weg nachvollziehbar ist und zum richtigen Ergebnis führt, ist alles richtig.

Wie man Gleichungen nach x auflöst

Jetzt rechnen Sie selbst:

a) $x - 36 = 12$

b) $36 + x = 60$

c) $5x = 150$

d) $x : 48 = 2$

Und jetzt ein wenig schwerer:

a) $36x - 3x + 5 = 15x + 41$

b) $7x - 4x + 27 = 68 - 3x + x + 4$

c) $6x - 36 + 2x = 54 - x + 4x$

d) $5x \cdot 3 + 15 = 2x + 57 - x$

Und schließlich noch ein paar Aufgaben für Profis und Tüftler:

a) $4x^2 + 9x = 25x$

b) $3 \cdot (x - 9) - 5 \cdot (1 - x) = 6 \cdot (x - 4)$

c) $2x^2 = 128$

d) $4x^3 + 26 = 77 - 8x^3 - 39$

(Lösungen: 96 48 45 30 24 18 8 4 3 2 1 -4)